

PROGRAM WYKŁADU Z ANALIZY MATEMATYCZNEJ 3 – ANA 213

1. Różniczkowanie funkcji wielu zmiennych

- Struktura liniowa w \mathbb{R}^n ; przekształcenia liniowe, reprezentacja macierzowa, ciągłość przekształcenia liniowego $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$.
- Różniczkowalność i pochodna odwzorowania $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$; twierdzenie o różniczkowaniu funkcji złożonej, twierdzenie o wartości średniej.
- Pochodne cząstkowe, definicja i ich związek z pochodną odwzorowania; macierz Jacobiego, warunki konieczne i dostateczne różniczkowalności; reguła łańcucha.
- Pochodna kierunkowa i gradient.
- Pochodne cząstkowe wyższych rzędów, twierdzenie Schwarzera, wzór Taylora, ekstrema.
- Współrzędne krzywoliniowe, płaszczyzna styczna do wykresu funkcji, wektor normalny, wektor styczny.
- Twierdzenie o funkcjach uwikłanych, twierdzenie o funkcji odwrotnej.
- Powierzchnia (rozmaitość) gładka w \mathbb{R}^n ; mapa, atlas, przestrzeń styczna, powierzchnie a układy równań nieliniowych.
- Ekstrema warunkowe, mnożniki Lagrange'a (warunek dostateczny bez dowodu).

2. Wielokrotna całka Riemanna

- Całka po n -wymiarowym przedziale; sumy dolna i górna, całki dolna i górna, kryterium całkowalności.
- Miara (Lebesgue'a) zero i objętość zero.
- Oscylacja funkcji; oscylacja a ciągłość.
- Twierdzenie Lebesgue'a o całkowalności funkcji ograniczonej.
- Twierdzenie typu Fubinięgo; całkowanie po zbiorach normalnych względem osi, sprawdzenie całki wielokrotnej do całki iterowanej.
- Zbiory mierzalne w sensie Jordana; całka z funkcji ograniczonej po takim zbiorze.
- Miara Jordana, zastosowania geometryczne całek wielokrotnych: objętość, pole powierzchni.
- Dyfeomorfizmy, twierdzenie o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej (bez dowodu).
- Wielokrotne całki niewłaściwe. Całka Poissona.

3. Całki krzywoliniowe i powierzchniowe

- Całki krzywoliniowe zorientowane i niezorientowane.
- Twierdzenie Greena.
- Nieależność całki krzywoliniowej od drogi. Całka różniczki zupełnej.
- Całki powierzchniowe.
- Twierdzenia: Stokesa i Gaussa-Ostrogradskiego (bez dowodu).

4. Całki zależne od parametru

- Całki z parametrem po przedziale zwartym; ciągłość, różniczkowalność, reguła Leibniza, całkowalność.
- Niewłaściwe całki z parametrem; zbieżność jednostajna, kryteria Cauchy'ego, Weierstrassa, własności całek zależnych od parametru.
- Funkcje beta i gamma Eulera.

LITERATURA

- [1] A. Birkholc, *Analiza matematyczna. Funkcje wielu zmiennych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.
- [2] G. M. Fichtenholz, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, t. 1, 2 i 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- [3] H. i J. Musielakowie, *Analiza matematyczna*, t. I, cz. 2 i t. II, cz. 1 Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2002 (t. I, cz. 2). 1999 (t. II, cz. 1).
- [4] J. Musielak, L. Skrzypczak, *Analiza matematyczna*, t. III, cz. 1, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.
- [5] W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.
- [6] A. Sołtysiak, *Analiza matematyczna*, cz. II i III, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004 (cz. II), 2000 (cz. III).
- [7] M. Spivak, *Analiza na rozmaitościach*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.